LUCRAREA 9

RECONSTITUIREA ELEMENTELOR GEOMETRICE ALE UNUI ANGRENAJ CILINDRIC CU DINȚI ÎNCLINAȚI

1. Scopul lucrării

Restabilirea elementelor geometrice ale unui angrenaj cilindric cu dinți înclinați, deteriorat.

2. Elemente teoretice.

2.1. Cremaliera de referință cu dinți înclinați

Cremaliera de referință cu dinți înclinați este o cremalieră standardizată (SR ISO 53:2011, [1]), cu flancuri plane, având direcția dinților înclinată față de axa roții cu care angrenează, figura 1. Aceasta serveşte pentru definirea roților dințate evolventice, elementele geometrice ale danturii fiind definite în raport cu *dreapta de referință* (dreapta pe care lățimea dintelui este egală cu lățimea golului dintre dinți), figura 1.

Geometria cremalierei este determinată de profilul său în secțiune normală N-N (perpendiculara pe direcția dinților) şi de unghiul de înclinare al dinților β. Unghiul β este acelaşi pentru ambele roți care formează angrenajul, putând lua valori între (8…30)°, dar în mod uzual se folosesc valori între (8…12)°.

Modulul în plan normal, m_n, este definit ca raportul dintre pasul normal şi π, fiind standardizat conform SR ISO 54:2011, [2], tabelul 1.

Parametrii geometrici ai cremalierei de referință, precum şi ai roților care alcătuiesc angrenajul, se exprimă în planul frontal T-T în funcție de modulul frontal, m_t, prin relații similare celor din cazul roților dințate cilindrice cu dinți drepți.

Tabelul 1 *Valoarea modulului m_n, pentru mecanica generală şi grea*

	Valoarea modulului m_n, mm, pentru mecanica generală şi grea, conform SR ISO 54:2011
Serie uzuală	**1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 80**
Seria mai puțin utilizată	1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22; 28; 36; 45; 55; 70; 90; 100

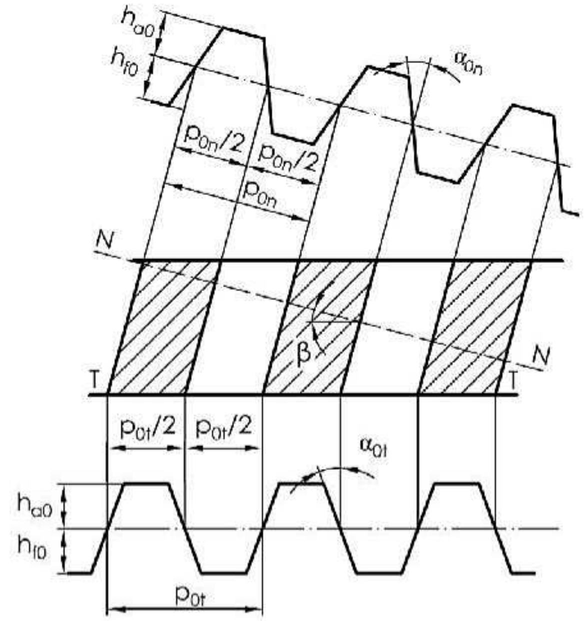


Fig. 1 *Elementele cremalierei de referință*

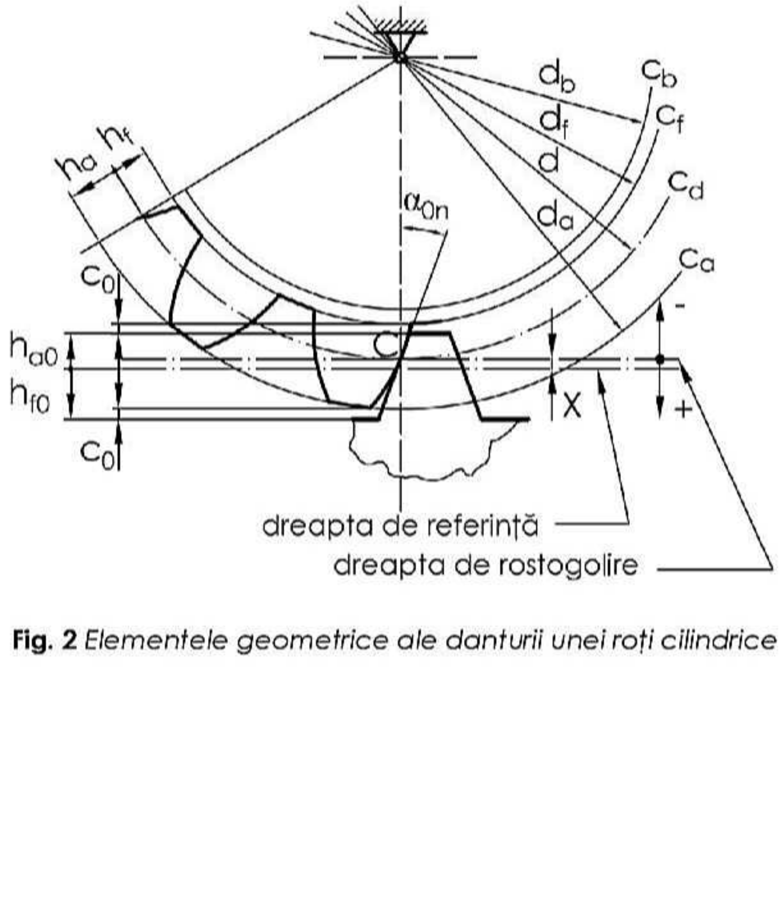


Fig. 2 *Elementele geometrice ale danturii unei roți cilindrice*

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} \tag{1}$$

Parametrii geometrici se apreciază cu relațiile descrise în continuare.
Pasul danturii în plan frontal, p_{0t} - distanța dintre două profile omoloage şi consecutive, măsurată pe dreapta de referință sau pe o dreaptă paralelă cu aceasta;

$$p_{0t} = \pi \cdot m_t \tag{2}$$

Înălțimea de referință a capului dintelui, h_{a0} - distanța dintre dreapta de referință şi dreapta de cap;

$$h_{a0} = h_{a0t}^* \cdot m_t = h_{a0n}^* \cdot m_n \rightarrow h_{a0t}^* = h_{a0n}^* \cdot \cos(\beta) \tag{3}$$

Jocul radial, sau jocul la fundul danturii, c_0 - este diferența dintre înălțimea de referință a piciorului dintelui h_{f0} şi înălțimea de referință a capului dintelui h_{a0};

$$c_0 = c_{0t}^* \cdot m_t \tag{4}$$

$$c_{0t}^* = c_{0n}^* \cdot \cos(\beta) \quad \text{(similar cu } h_{a0t}^*\text{)} \tag{5}$$

Înălțimea de referință a piciorului dintelui, h_{f0} - distanța dintre dreapta de referință şi dreapta de picior;

$$h_{f0} = \left(h_{f0t}^* + c_{0t}^*\right) \cdot m_t \tag{6}$$

Înălțimea dintelui, h_0 - distanța dintre dreapta de cap şi dreapta de picior;

$$h_0 = h_{a0} + h_{f0} \tag{7}$$

Raza de racordare la piciorul dintelui, ρ_0 - raza cercului de racordare dintre profilul dintelui şi dreapta de picior;
Unghiul de înclinare a profilului dintelui cremalierei în plan normal α_{0n} şi respectiv *frontal,* α_{0t} - unghiul profilului, format cu o dreaptă perpendiculară pe dreapta de referință în plan normal şi respectiv frontal.

O cremalieră standard este definită de următorii parametri:

$$h^*_{a0n}=1;\ h^*_{f0n}=1;\ c^*_{0n}=0{,}25;\ \alpha_{0n}=20° \Rightarrow tg(\alpha_{0t})=\frac{tg(\alpha_{0n})}{\cos(\beta)} \tag{8}$$

Cremaliera complementară celei de referinţă se numeşte *cremaliera generatoare* şi are forma golurilor dintre dinţii cremalierei de referinţă.

2.2. Calculul geometric al angrenajului cilindric exterior cu dinţi înclinaţi

Roţile cilindrice cu dinţi înclinaţi se definesc din condiţia de angrenare fictivă cu cremaliera de referinţă, fără joc între flancuri şi cu joc radial standardizat. În calculul geometric al roţilor cilindrice cu dinţi înclinaţi se exprimă parametrii geometrici în planul frontal, [3]. Pentru restabilirea geometriei unui angrenaj distrus prezintă importanţă următorii parametri geometrici, (figura 1 şi figura 2):

Numărul de dinţi, $z_{1,2}$ ($z_{1,2} \in \mathbb{N}$);

Modulul frontal, m_t mm, dat de relaţia (1).

Diametrul de divizare:

$$d_{1,2} = m_t \cdot z_{1,2} \tag{9}$$

Pasul pe cercul de divizare:

$$p_t = \frac{\pi \cdot d_{1,2}}{z_{1,2}} = \pi \cdot m_t \tag{10}$$

Diametrul de bază:

$$d_{b1,2} = d_{1,2} \cdot \cos(\alpha_{0t}) \tag{11}$$

Înălţimea de referinţă a capului dintelui:

$$h_a = h^*_{a0t} \cdot m_t \tag{12}$$

Înălţimea de referinţă a piciorului dintelui:

$$h_f = h^*_{f0t} \cdot m_t \tag{13}$$

Înălţimea de referinţă al dintelui:

$$h = h_a + h_f = \left(h^*_{a0t} + h^*_{f0t}\right) \cdot m_t \tag{14}$$

Jocul la capul dintelui:

$$c = c_{0t}^{*} \cdot m_t \tag{15}$$

Coeficientul deplasării de profil;
Înălțimea capului dintelui:

$$h_{a1,2} = \left(h_{a0t}^{*} + x_{t1,2}\right) \cdot m_t \tag{16}$$

Înălțimea piciorului dintelui:

$$h_{f1,2} = \left(h_{f0t}^{*} + c_{0t}^{*} - x_{t1,2}\right) \cdot m_t \tag{17}$$

Înălțimea dintelui:

$$h_{1,2} = h = \left(h_{a0t}^{*} + h_{f0t}^{*} + c_{0t}^{*}\right) \cdot m_t \tag{18}$$

Diametrul de rostogolire:

$$d_{w1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot m_t \cdot x_{t1,2} = m_t \cdot \left(z_{1,2} + 2 \cdot x_{t1,2}\right) \tag{19}$$

Diametrul de cap:

$$d_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot h_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot \left(h_{a0t}^{*} + x_{t1,2}\right) \cdot m_t \tag{20}$$

Diametrul de picior:

$$d_{f1,2} = d_{1,2} - 2 \cdot h_{f1,2} = d_{1,2} - 2 \cdot \left(h_{f0t}^{*} + c_{0t}^{*} - x_{t1,2}\right) \cdot m_t \tag{21}$$

Distanța de referință dintre axe:

$$a = \frac{\left(z_1 + z_2\right) \cdot m_t}{2} \tag{22}$$

Distanța între axe:

$$a_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = a \cdot \frac{\cos\left(\alpha_{0t}\right)}{\cos\left(\alpha_{wt}\right)} \tag{23}$$

Coeficientul deplasărilor de profil însumate:

$$x_s = x_t \cdot m_t = x_n \cdot m_n \tag{24}$$

Funcția involută pentru unghiul de presiune, α_{0t}:

$$\mathrm{inv}(\alpha_{0t}) = \mathrm{tg}(\alpha_{0t}) - \alpha_{0t} \tag{25}$$

Unghiul de angrenare, α_{wt}, se determină din relația generală a angrenării:

$$\mathrm{inv}(\alpha_{wt}) - \mathrm{inv}(\alpha_{0t}) = 2 \cdot \mathrm{tg}(\alpha_{0n}) \cdot \frac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \tag{26}$$

şi rezultă:

$$\mathrm{inv}(\alpha_{wt}) = \mathrm{inv}(\alpha_{0t}) + \frac{2 \cdot x_s \cdot \mathrm{tg}(\alpha_{0n})}{z_1 + z_2} \tag{27}$$

3. Determinarea parametrilor roților dințate cilindrice

3.1. Metoda măsurării diametrului de cap al roții

Neglijarea deplasării de profil în relația (20) permite estimarea valorii modulului frontal:

$$m_t = \frac{d_{a1,2}}{z_{1,2} + 2 \cdot (h^*_{a0t} + x_{t1,2})} \tag{28}$$

În continuare modulul normal se estimează cu ajutorul relației (1):

$$m_n = m_t \cdot \cos(\beta) \tag{29}$$

şi se adoptă, din tabelul 1, valoarea standardizată cea mai apropiată.
Aşa cum s-a precizat, doar modulul normal este standardizat conform SR ISO 54:2011, [2].

3.2. Metoda măsurării cotei peste dinți

Curba evolventă este descrisă de un punct de pe o dreaptă ce se rostogoleşte pe cercul de bază. Ca urmare, pentru orice punct de pe evolventă, *tangenta la cercul de bază* are două proprietăți importante:

i. este normală la profilul evolventă, şi
ii. are lungimea egală cu lungimea arcului de cerc pe care s-a realizat mişcarea de rostogolire a dreptei generatoare.

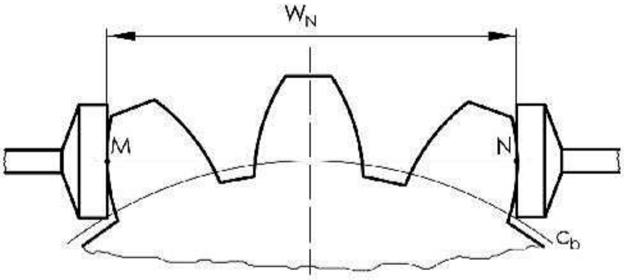


Fig. 3 *Măsurarea cotei peste dinți*

În consecință, tangenta la cercul de bază va delimita între două evolvente ale unor flancuri antiomoloage, figura 3, un segment egal cu lungimea arcului corespunzător de pe cercul de bază, cuprins între aceleaşi flancuri antiomoloage. Lungimea arcului de cerc astfel delimitat este evident în relație directă cu pasul de bază.

Măsurarea cotei peste dinți reprezintă o metodă mai exactă de determinare a modulului danturii şi a coeficienților de corecție a danturii (în cazul în care există deplasare a danturii). Această măsurare, [4] se efectuează în planul frontal, conform schemei din figura 3.

Pentru determinarea pasului de bază se măsoară în plan frontal cota peste *N* şi *N*+1 dinți, relațiile aferente fiind următoarele:

$$W_N = N \cdot p_b + s_b \tag{30}$$

$$W_{N+1} = (N+1) \cdot p_b + s_b \tag{31}$$

$$p_b = W_{N+1} - W_N \tag{32}$$

în care: N - numărul de dinți peste care se măsoară cota W_N;

s_b - grosimea dintelui pe cercul de bază în plan frontal.

Pentru danturi normale ($\alpha_{0n} = 20°$), numărul de dinți peste care se măsoară cota W_N se determină cu relația:

$$N = \frac{z}{9} + 0,5 \tag{33}$$

Deoarece evolventa este mai precisă spre vârful dintelui valoarea obținută pentru numărul *N* se rotunjeşte superior.

Modulul m_t poate fi determinat din relația pasului pe cercul de bază:

$$m_t = \frac{p}{\pi} = \frac{p_b}{\pi \cdot \cos(\alpha_{0t})} = \frac{W_{N+1} - W_N}{\pi \cdot \cos(\alpha_{0t})} \tag{34}$$

în care: p_b - reprezintă pasul pe cercul de bază, definit în plan frontal;
α_{0t} - reprezintă unghiul de angrenare de referinţă în plan frontal şi se calculează folosind relaţia (8).
Modulul normal, m_n, se estimează cu relaţia (29), dedusă din relaţia (1).
Valoarea obţinută pentru modulul normal se rotunjeşte la cea mai apropiată valoare din SR ISO 54:2011, conform tabelului 1. Se recalculează corespunzător valoarea modulului frontal $m_t = m_n/\cos(\beta)$.
Deplasarea specifică de profil, x_n, corespunzătore fiecărei roţi, se calculează cu relaţia următoare:

$$x_n = \frac{W_{N(n-n)} - [\pi \cdot (N-0{,}5) + z \cdot inv(\alpha_{0n})] \cdot m_{nSTAS} \cdot \cos(\alpha_{0n})}{2 \cdot m_{nSTAS} \cdot \sin(\alpha_{0n})} \tag{35}$$

unde $W_{N(n-n)} = W_N \cdot \cos(\beta)$ (36)

Dacă se face notaţia:

$$W^{*}_{N(n-n)} = [\pi \cdot (N-0{,}5) + z \cdot inv(\alpha_{0n})] \cdot m_{nSTAS} \cdot \cos(\alpha_{0n}) \tag{37}$$

relaţia anterioară se poate scrie prescurtat în felul următor:

$$x_n = \frac{W_{N(n-n)} - W^{*}_{N(n-n)}}{2 \cdot m_{nSTAS} \cdot \sin(\alpha_{0n})} \tag{38}$$

O deplasare de profil cu semnul „+" semnifică o deplasare pozitivă a danturii, iar cea cu semnul „-" o deplasare negativă a danturii.
După stabilirea numărului de dinţi, a modulului şi a deplasărilor de profil, pentru fiecare roată, se poate trece la calcularea parametrilor geometrici şi întocmirea desenelor de execuţie.

3.3. *Stabilirea coeficienţilor de deplasare de profil pentru încadrarea angrenajului în distanţa de referinţă*

Există două motive principale pentru care distanţa de referinţă *a* este diferită faţă de distanţa dintre axe a_w:
- şirul distanţelor între axe a_w este normalizat,
- la reparaţii când trebuie înlocuit un angrenaj a_w este impus.

Se vor considera două criterii pentru realizarea corijării danturii roţilor dinţate:
- încadrarea într-o distanţă impusă: $a \neq a_w$;
- evitarea subtăierii la baza dintelui şi a interferenţei în angrenare: $z \leq z_{min}$.

a) Pentru încadrarea într-o distanță impusă, atunci când $a \neq a_w$, se determină suma deplasărilor de profil din relația (26), obținându-se:

$$x_s = x_{n1} + x_{n2} = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot tg(\alpha_{0n})} \cdot (inv(\alpha_{wt}) - inv(\alpha_{0t})) \tag{39}$$

- distanța dintre axe a_w este normalizată conform STAS 6055:80, [5], sau este impusă (distanța dintre axele celor doi arbori în cazul transmisiei deteriorate),
- distanța de referință a se calculează cu relația (22),
- unghiul de angrenare în plan frontal se obține din relația (23):

$$\cos(\alpha_{wt}) = \frac{a}{a_w} \cdot \cos(\alpha_{0t}) \tag{40}$$

b) Dacă $z \leq z_{min}$, atunci se determină deplasarea de profil în plan normal pentru pinion x_{n1}:

$$x_{n1} \geq h^*_{a0n} - z_1 \cdot \frac{\sin^2(\alpha_{0t})}{2 \cdot \cos(\beta)} \tag{41}$$

Ca regulă generală, dacă nu sunt impuse alte condiții, se utilizează o modificare de profil pozitivă a danturii $x_{n1} + x_{n2} = 1$, existând limite pentru valorile coeficienților de deplasare care depind de numărul de dinți și formează conturul de blocare, [6], [7] figura 4.

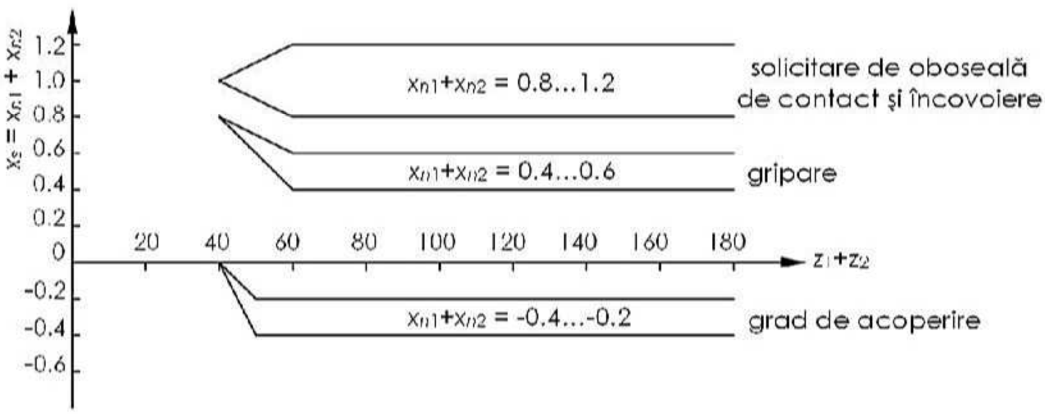


Fig.4 *Alegerea deplasării de profil în funcție de criteriul de rezistență de optimizat*

4. Modul de lucru

1) Se numără dinţii roţilor dinţate, z_1 şi z_2;
2) Se măsoară diametrele de cap, d_{a1} şi d_{a2}, cu şublerul;
3) Se deduce modulul frontal al danturii, m_t;
4) Se estimează modulul în plan normal, m_n şi se rotunjeşte la cea mai apropiată valoare normalizată, conform tabelului 1;
5) Se măsoară cota peste dinţi cu un şubler sau micrometru;
6) Se repetă etapele 3 şi 4;
7) Se determină deplasarea de profil, dacă există;
8) Se calculează restul elementelor geometrice ale roţii dinţate;
9) Se trasează schiţa roţii dinţate.

5. Aplicaţie

Să se determine coeficienţii deplasărilor de profil pentru un angrenaj deteriorat, care necesită înlocuirea ambelor roţi, la care se cunosc următorii parametri: $z_1 = 15$, $z_2 = 61$, $m_n = 2{,}5$ mm, $\beta = 15°$ şi $a_w = 100$ mm.
Distanţa de referinţă a se calculează cu relaţia (22):

$$a = \frac{15+61}{2} \cdot \frac{2{,}5}{\cos(15°)} = 98{,}351 \text{ mm}$$

Unghiul de presiune în plan frontal α_{0t} rezultă din relaţia (8):

$$\operatorname{tg}(\alpha_{0t}) = \frac{\operatorname{tg}(20°)}{\cos(15°)} = 0{,}3768 \Rightarrow \alpha_{0t} = 20{,}64°$$

Unghiul de angrenare în plan frontal α_{wt} rezultă din relaţia (40):

$$\cos(\alpha_{wt}) = \frac{98{,}351}{100} \cdot \cos(20{,}64°) = 0{,}9203 \Rightarrow \alpha_{wt} = 23{,}17°$$

Involutele celor două unghiuri sunt:

$$\operatorname{inv}(\alpha_{0t}) = \operatorname{tg}(20{,}64°) - 0{,}3602 = 0{,}3768 - 0{,}3602 = 0{,}0166$$

$$\operatorname{inv}(\alpha_{wt}) = \operatorname{tg}(23{,}17°) - 0{,}4044 = 0{,}4280 - 0{,}4044 = 0{,}0236$$

Suma deplasărilor de profil x_s se calculează cu relaţia (39):

$$x_s = x_{n1} + x_{n2} = \frac{15+61}{2 \cdot \operatorname{tg}(20°)} \cdot (0{,}0236 - 0{,}0166) = 0{,}73$$

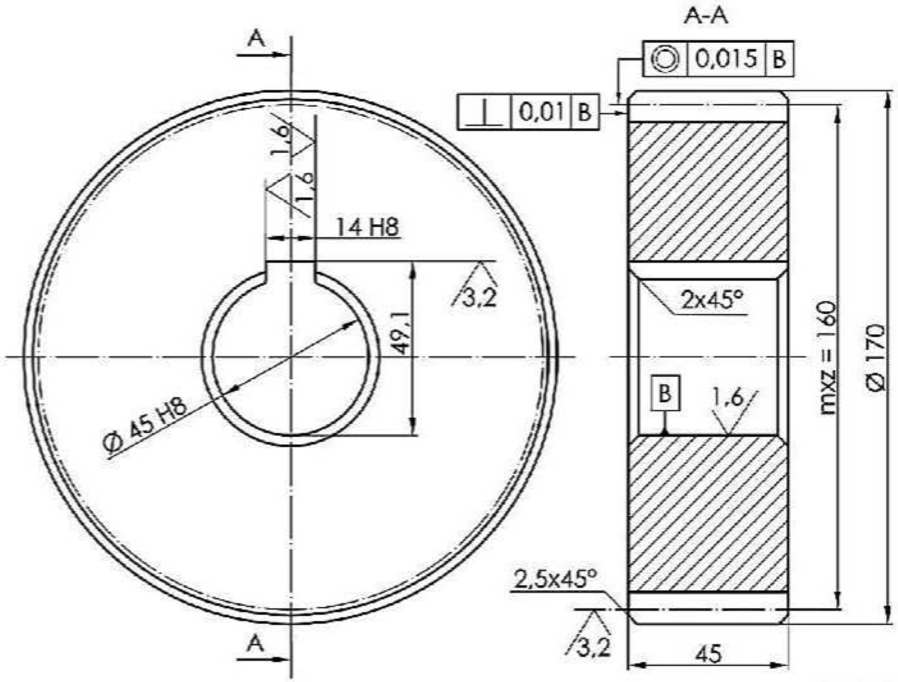
Întrucât z_1 = 15, deplasarea de profil pentru pinion x_{n1} se calculează cu relația (41):

$$x_{n1} \geq 1 - 15 \cdot \frac{\sin^2(20{,}64°)}{2 \cdot \cos(15°)} \Rightarrow x_{n1} \geq 0{,}035$$

Se împarte suma deplasărilor de profil x_s pe cele două roți, în general mai mult la pinion: x_{n1} = 0,38 şi x_{n2} = 0,35.

Bibliografie

1. SR ISO 53:2011 - *Angrenaje cilindrice în evolventă, de uz general. Profil de referință.*
2. SR ISO 54:2011 - *Angrenaje cilindrice în evolventă, de uz general. Moduli.*
3. Atanasiu, V., 2002, *Angrenaje cilindrice evolventice*, Editura Tehnică, Ştiințifică şi Didactică Cermi, Iaşi.
4. Moldovean, Gh., Velicu, D., Chişu, E., Velicu, R., Jula, A., Huidan, L., Vişa, I., Gavrilă, C., 2001, *Angrenaje cilindrice şi conice. Calcul şi construcție*, vol. I, Editura Lux Libris, Braşov.
5. STAS 6055:80 - *Reductoare de turație. Distanța între axe.*
6. Crețu, S., Hagiu, Gh., Grigoraş, Ş., Leohchi, D., Hantelmann, M., Bălan, R., 1992, *Proiectarea angrenajelor*, Rotaprint Iaşi.
7. Gafițanu, M., Crețu, S., Pavelescu, D., ş.a., 1983, *Organe de maşini*, vol. II, Editura Tehnică, Bucureşti.



Modulul		4
Numărul de dinţi		40
Cremaliera de referinţă		20°-1-0,25
Diametrul de divizare		160
Deplasarea specifică		+0,25
Lungimea peste 5 dinţi		79,372
Clasa de precizie şi jocul		7-JC
Distanţa între axe		125
Roata conjugată	Nr. desen	RD-25.06
	Nr. dinţi	21
Bătaia radială a danturii		0,025
Abaterea pasului de bază		±0,015
Abaterea direcţiei dintelui		0,020

Material: 1C15-SR EN 10084 6,3/ (√)

- Dantura se va cementa pe adâncimea de 0,5...0,8 mm
- După călire, duritatea stratului superficial cementat 55...58 HRC şi duritatea miezului 28...35 HRC
- Dimensiunile canalului de pană conform SR ISO 3912
- Toleranţe la cote libere ISO 2768-m

LOC INDICATOR